پژوهش‌های آبخیزداری

دوره‌ی۳۳، شـــماره‌ی ۳، شماره‌ی پیاپی ۱۲۸، پاییز ۱۳۹۹، صفحه‌های ۳۵- ۲۰
شناسه‌ی دیجیتال: 10.22092/wmej.2019.127028.1244

تحلیل فراوانی دومتغیره‌ی سیلاب با تابع کاپولای ارشمیدسی (گامبل هوگارد)

محمدرضا گودرزی
(نویسنده‌ی مسئول)* استادیار دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه یزد، ایران
آتیه فاتحی‌فر
دانش‌آموخته‌ی کارشناسی‌ارشد آب و سازه‌های هیدرولیکی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آیت‌الله العظمی بروجردی (ره)، ایران
علی خاصه
دانشجوی کارشناسی مهندسی عمران، دانشگاه آیت‌الله العظمی بروجردی (ره)، ایران
محمد محمودوند
دانشجوی کارشناسی مهندسی عمران، دانشگاه آیت‌الله العظمی بروجردی (ره)، ایران

*رایانامه‌ی نویسنده‌ی مسئول: goodarzimr@yazd.ac.ir

تاریخ دریافت: ۲۶ تیر ۱۳۹۸ تاریخ پذیرش: ۲۶ آذر ۱۳۹۸

چکیده
سـیلاب پدیده‌ی چندمتغیره و پیچیده‌یی با ماهیتی تصادفی اسـت. در روش‌های مرسوم تحلیل فراوانی سیلاب، تنها متغیر آب‌دهی اوج سـیلاب به‌کار گرفته می‌شـود و فرض می‌شـود که این متغیر از تابع‌های توزیع سنجه‌ی خاصی تبعیت می‌کند. در مقابل تابع‌های کاپولا می‌تواند توزیع‌های حاشـیه‌یی یک‌متغیره‌ی مختلف را بپیوندد و توزیع‌های چندمتغیره بسـازد. در این مقاله تحلیل‌های توأم متغیرهای سـیلاب تابع‌های مفصل کـه محدودیت پراکندگی‌های تک‌متغیره‌ی رده‌ی یک را ندارد انجام شده است. توزیع احتمال و دوره‌ی بازگشت توأم متغیرهای آب دهی اوج و حجم سیلاب در آبخیز آجی چای در استان آذربایجان شـرقی با تابع کاپولا گامبل-هوگارد برای مدل‌سـازی ریاضی دومتغیره بررسی شد. نتایج نشان داد که به‌کاربردن تابع‌های مفصل تابع‌های توزیع تجمعی شـرطی و دوره‌های بازگشـت توأم متغیرهای سیلاب با دقت بسیار خوبی با متوسط ضریب نش-سـاتکلیف ۰/۷۴۵ و ریشه‌ی میانگین مربع خطای ۰/۵۶ برآورد می‌شـود. نتیجه‌ی مقایسه‌ی اندازه‌های آب‌دهی اوج و حجم به‌دست‌آمده از تحلیل دومتغیره با تحلیل یک‌متغیره با دوره‌ی بازگشت یکسان ۱۰۰ سال برای همه‌ی ایستگاه‌ها کم‌تر برآورد شـد، که متأثر از درنظر گرفتن اثر و برهم‌کنش دو متغیر آب‌دهی و حجم اسـت. این اندازه‌ها در ایستگاه آخولا به‌ترتیب ۲۳۰ و ۳۰۰/۷۵ مترمکعب‌برثانیه و گویای آن بود که به‌کاربردن کاپولا موجب اقتصادی‌شدن اجرای طرح‌ها و کاهش خطرپذیری آن‌ها می‌شود.

واژگان کلیدی: آجی‌چای، تابع مفصل گامبل، پراکندگی آماری، دوره‌ی بازگشت توأم، سیل

مقدمه

در آب‌شناسی متغیرهای زیادی نماینده‌ی رفتار سامانه برای مدل‌سازی فرآیندها است. مستقل فرض‌کردن این متغیرها صحت نتیجه‌های نهایی مدل‌سازی را زیر سوال می‌برد. از طرفی در بعضی از مسائل و پدیده‌های آب‌شناسی (سیل، خشک‌سالی و مانند آن‌ها) چندین متغیر مؤثر است. آن‌ها در حالی بر پدیده اثر می‌کند که خود این متغیرها با هم وابستگی و همبستگی دارند. پدیده‌های آب‌شناسی مانند بارش، روان‌آب، سیل، و خشک‌سالی تصادفی و چندمتغیره است و با مشخصه‌های شدت، مدت و بزرگی بیان می‌شود، که به هم وابسته اند، مستقل از هم تغییر نمی‌کنند و هر کدام بر دیگری تأثیر می‌گزارند. بنابراین با تحلیل کردن پدیده‌های آب‌شناسی تک‌متغیره نمی‌توان معادله‌ی همبستگی بین مشخصه‌های آن را نشان داد و ارزیابی کامل و دقیقی از آن به‌دست داد (رحیمی و همکاران ۱۳۹۳). برای داده‌های آب شناسی سعی کرده می‌شود تابع‌های احتمالاتی مناسبی تعیین و ترسیم شود تا از روی آن‌ها بتوان مقدار متغیر را در برابر احتمال‌های مختلف محاسبه کرد. به‌کاربردن روش‌های تک‌متغیره منجر به برآورد کم یا زیاد مقدار پدیده و زیان‌های ناشی از آن خواهد شد (یو و همکاران ۲۰۰۱).

روش سنتی انجام‌دادن تحلیل‌های چندمتغیره، به‌کاربردن تابع‌های پراکندگی چندمتغیره طبقهیک است. اما در به‌کاربردن این تابع‌ها مشخص بودن پراکندگی‌های حاشیه‌یی و یکسان‌بودن نوع آن‌ها الزامی است، بنابراین به‌کاربردن این روش‌ها محدود است. روش مناسب‌تر برای تحلیل‌های چندمتغیره که بر محدودیت‌های تابع‌های چندمتغیره طبقهیک فائق آمده است، به‌کاربردن تابع‌های مفصل (کاپولا) است. گریمالدی و سرینالدی (۲۰۰۶) کاربرد خانواده‌یی از تابع‌های مفصل را با عنوان تابع‌های مفصل نامتقارن در تحلیل داده‌های آب‌شناسی نشان دادند. نتایج آنان نشان داد که توزیع توأم به‌دست‌آمده با تابع‌های مفصل توزیع توأم استاندارد برازش بهتری از توزیع توأم تجربی در تحلیل داده‌های آب‌شناسی دارد.

مهم‌ترین مزیت‌های تابع‌های مفصل این است که برای انتخاب یک تابع مفصل مناسب برای متغیرها، لزومی به مشخص‌بودن پراکندگی‌های حاشیه‌یی و سنجه‌های آن‌ها نیست، هیچ الزامی به یکسان بودن پراکندگی‌های حاشیه‌یی نیست، پراکندگی‌های حاشیه‌یی می‌تواند سنجه‌یی یا ناسنجه‌یی[1] باشد، تابع‌های مفصل از ضریب همبستگی ناسنجه‌یی بهره می‌گیرد، و پراکندگی‌های شرطی به‌راحتی از روی تابع‌های مفصل محاسبه می‌شود (عباسیان و همکاران ۲۰۱۵).

سابقه‌ی به‌کاربردن تابع مفصل در آب‌شناسی مانند بارش، رسوب و روان‌آب، خشک‌سالی و سیل یک دهه است. دی میچل و سالوادوری (۲۰۰۳) برای ایجادکردن مدل دومتغیره‌ی توصیف‌کننده‌ی شدت و مدت بارش تابع فرانک را به‌کاربردند و نشان دادند که به‌کاربردن تابع های دومتغیره‌ی کاپولا با به‌دست‌آوردن همبستگی بین متغیرها برای توصیف کردن پدیده‌های بارندگی بسیار مفید است. فاوره و همکاران (۲۰۰۴) تابع‌های مفصل دومتغیره را برای توصیف کردن وابستگی بین آب‌دهی اوج و حجم سیلاب در ایالت کبک کانادا به‌کاربردند و آن‌ها را به‌علت کارآ بودن در مدل‌سازی ساختار دومتغیره در دامنه‌ی وسیع همبستگی بین متغیرهای آب‌شناسی پیشنهاد کردند. دی میچل و همکاران (۲۰۰۵) خانواده‌ی گامبل مفصل‌های ارشمیدسی را برای مدل‌کردن وابستگی بین بیشینه‌های سیلاب و حجم‌های آن به‌کار بردند. این دو حاشیه با پراکندگی اندازه‌های حدی تعمیم‌یافته تحلیل کرده و مدل دومتغیره‌یی برای محاسبه کردن نمودارهای سیلاب برای دوره‌ی بازگشت معین ایجاد شد، و با مدل مخزن خطی برای ارزیابی کفایت اندازه‌ی سرریز سد سیپو مادرلی در شمال ایتالیا ترکیب شد، تا طراحی بهینه و صحیح‌تری از طراحی با دوره‌ی بازگشت حجم یا آب‌دهی اوج را به‌دست دهند. شیائو و همکاران (۲۰۰۶) تحلیل فراوانی دومتغیره‌ی بیشینه‌ی سیلاب و حجم را در ایستگاه تانگتو در تایوان با پنج تابع مفصل بررسی کردند. کاپولای کلایتون بهترین مفصل دانسته شد و نشان داده شد که به‌کاربردن تحلیل فراوانی و دوره‌ی بازگشت توأم در بررسی‌های جامع و ارزیابی خطر بسیار مؤثر است. ژانگ و سینگ (۲۰۰۶) چهار تابع مفصل خانواده‌ی مختلف از مفصل‌های ارشمیدسی شامل گامبل- هوگارد، علی- میکائیل- حق، فرانک و کوک-جانسون، برای استخراج کردن پراکندگی دومتغیره‌ی بیشینه-حجم، حجم-تداوم و بیشینه-تداوم سیلاب به‌کاربردند. حاشیه‌ها با پراکندگی اندازه‌های حدی نوع I و آمار پیرسون نوع III تحلیل شد. آن‌ها همبستگی مثبت بین بیشینه و حجم سیلاب و بین حجم و مدت سیلاب دیدند و نتیجه گرفتند که خانواده‌ی گامبل- هوگارد برای مشخص‌کردن ساختار وابستگی مناسب‌تر است. پولین و همکاران (۲۰۰۷) با آب‌دهی روزانه‌ی ایستگاهی بر روی رودخانه لُیره فرانسه به بیان ویژگی‌های وابستگی در دنباله تابع‌های مفصل در تحلیل فراوانی دومتغیره سیلاب سالانه پرداختند. هفت مفصل مورد بررسی، پنج مفصل دوره بازگشت توأم را بیش از حد تخمین میزند که نشان دهنده اهمیت در نظر گرفتن وابستگی در دنباله در برآورد مناسب ریسک است. کاماکار و سمونوویچ (۲۰۰۹) با تابع‌های کاپولا علی میکائیل حق[2]، گامبل هوگارد[3] و کوک

1 - Nonparametric
2 - Ali–Mikhail–Haq
3 - Gumbel–Hougaard
4 - Cook–Johnson

جانسون[4] به بررسی سنجه‌های آب‌دهی اوج حجم و مدت زمان سیلاب پرداختند و احتمالات توأم و شرطی را بدست آوردند. همین طور نشان دادند تابع گامبل هوگارد بهترین تابع مفصل برای شبیه‌سازی این سه سنجه است. ژانگ و همکاران (۲۰۱۱) برای تحلیل وقایع حدی و رفتار آب‌شناسیک آن‌ها در حوزه رودخانه پی اِرل چین از تابع‌های مفصل استفاده کردند. به این منظور از مجموعه‌ی جریان‌های هفت روزه زیاد و کم به‌کاربردند و تابع کلایتون به عنوان بهترین تابع انتخاب شد. نتایج نشان داد که احتمال وقوع همزمان جریان‌های کم و زیاد پایین است. این نشان می‌دهد که احتمال کمی وجود دارد که حوزه آبریز رودخانه، به دلیل اثرهای ترکیبی جریان بالا یا پایین دو سرشاخه اصلی، یعنی کرانه غربی و شمالی، مورد خشک‌سالی یا سیلاب قرار گیرند. ردی و گِنگولی (۲۰۱۲) به تحلیل فراوانی دومتغیره‌ی سیلاب شامل آب‌دهی بیشینه سالانه-حجم سیلاب و حجم-مدت سیلاب با تابع‌های مفصل ارشمیدسی پرداختند. از مونت کارلو برای ارزیابی کارکرد کاپولاها بهره گرفتند. آن‌ها نشان دادند کاپولای توسعه یافته ویژگی‌های سیل را بهتر شبیه‌سازی می‌کند. مددگر و همکاران (۲۰۱۳) با چند مدل گردش عمومی جو (GCM)[5] و یک حالت انتشار با تابع گامبل به بررسی شاخص‌های خشک‌سالی شامل: مدت، شدت، فراوانی پرداختند. آن‌ها با تابع کاپولا خشک‌سالی‌های مکرر با دوره‌های کوتاه‌تر را پیش‌بینی کردند و بی‌قطعیتی در مدل‌ها را در تحلیل دوره بازگشت با کاپولای دومتغیره نشان دادند. کاهش کلی در مدت و شدت خشکسالی در دوره زمانی ۲۰۲۰-۲۰۹۰ پیش‌بینی کردند. سعد و همکاران (۲۰۱۵) اثرهای سیل بهاری را در فراوانی سیل، شدت و مدت بارش و رویدادهای دما و مدل‌سازی خطر سیل چندمتغیره بر اساس سه مفصل ارشمیدوسی را مورد بررسی قرار دادند. با انجام تحلیل‌ها و اثر دما در آب شدن دریافتند بارش‌های شدید در ماههای نوابر تا مارس رخ می‌دهد که نود درصد آن در فصل بهار است. بعلاوه سراج و همکاران (۲۰۱۵) از چند تابع‌های کاپولا برای تحلیل فراوانی سیلاب بر رودخانه ساوا در اسلوونی به‌کاربردند. در این پژوهش از داده‌های ۵۸ رویداد سیلاب بر اساس بیشینه‌ی مقدار سالانه، سنجه‌های آب‌دهی اوج، حجم و مدت زمان را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. تحلیل سنجه‌ها بر اساس آزمون تاو کندال تابع گامبل هوگارد را مناسب‌ترین پراکندگی برای هر سه سنجه نشان داد. در ادامه دووان و همکاران (۲۰۱۶) از تابع‌های مفصل برای تحلیل فراوانی سیل دومتغیره در حوزه رودخانه هووای به‌کاربردند. پراکندگی دومتغیره ویژگی‌های سیل بر اساس روش مفصل ساخته شد. نتایج نشان داد که مفصل می‌تواند به عنوان یک ابزار انعطاف پذیر برای پیوند پراکندگی‌های حاشیه‌ای تک‌متغیره و دادن اطلاعات مفید برای کاهش و مهار خطر جاری شدن سیل به‌کاربرده شود.

لی و همکاران (۲۰۱۹) بمنظور بررسی سیلاب دومتغیره، حجم و شدت بارش‌های بیشینه‌ی سالانه را در چهار زیر حوزه در شرق چین با سه مفصل ارشمیدوسی (گامبل، کلایتون و فرانک) تحلیل و بررسی کردند. نتایج در زیر حوزه‌ها متفاوت بود و در سه زیر حوزه افزایش و تنها در یکی کاهش وقوع طوفان دیده شد.

در پژوهش‌های داخلی می‌توان به چند مورد اشاره کرد. فرخنیا و مرید (۲۰۰۸) تحلیل شدت و مدت خشک‌سالی با تابع‌های مفصل مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها احتمال وقوع و دوره بازگشت دومتغیره خشک‌سالی برمبنای شاخص‌های SPI و EDI در ایستگاه مهرآباد بررسی‌شده قرار دادند. نتایج به دست آمده نشان دهنده توانایی‌های مناسب تابع‌های مفصل نسبت به روش‌های متداول در مدل‌سازی احتمالاتی دومتغیره خشک‌سالی است . رحیمی و همکاران (۲۰۱۴) تحلیل فراوانی سیل را با مفصل‌های ارشمیدوسی در رودخانه چهل چای استان گلستان انجام دادند و دوره بازگشت سیل را در دو حالت «یا» و «و» بررسی کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که طراحی با حالت «یا» اطمینان‌پذیرتر است زیرا برای دوره بازگشتی برابر با دوره بازگشت یک متغیره اندازه‌های چندک بیش‌تری برای آب‌دهی اوج و حجم برآورد می‌شودشود و همین طور تحلیل تک‌متغیره توصیه نمی‌شود. سالاری و همکاران (۲۰۱۵) در پژوهشی به بررسی دومتغیره سیلاب با تابع‌های مفصل ارشمیدوسی و سه خانواده کوک-جانسون، علی-میکائیل-حق و گامبل-هوگارد پرداختند. در این پژوهش با انجام آزمون‌های نکویی برازش به این نتیجه رسیدند که پراکندگی گامبل هوگارد از ضریب همبستگی زیادتری نسبت به سایر تابع‌های برخوردار است و برای شبیه سازی توأم دوره بازگشت این تابع نتیجه درست‌تر با ریسک پذیری کم‌تری به همراه دارد. عباسیان و همکاران (۲۰۱۵) نیز متغیرهای سیل را با تابع‌های حاشیه‌ای سنجه‌ی و ناسنجه‌ی و تابع‌های مفصل کلایتون، فرانک و گامبل بررسی کردند. نتایج ضریب RMSE در انتخاب پراکندگی حاشیه‌ای ناسنجه‌ی کارکرد بهتری داشته است. بیان کردند، تحلیل‌های توأم برخلاف تحلیل‌های تک‌متغیره که تنها یک عدد را به ازای هر دوره بازگشت در اختیار می‌دهند، بازه‌ای از اندازه‌های را برای هر متغیر به ازای هر دوره بازگشت در اختیار قرار داده‌اند که این نشان دهنده در نظر گرفتن اثر متقابل متغیرهای وابسته سیلاب در تحلیل این پدیده است، بنابراین تحلیل دومتغیره توصیه می‌شود. احمدی و همکاران (۲۰۱۷) با تابع‌های مفصل ارشمیدوسی در حوزه رودخانه دز به تحلیل

5 - General Circulation of Atmosphere

فراوانی سیل در محل اتصال دو ایستگاه آب‌سنجی پرداختند. تابع مفصل فرانک به‌عنوان بهترین مفصل از میان سه مفصل دیگر انتخاب شد تحلیل توأم مجموعه‌های سیلاب دو سرشاخه متصل به هم نشان داد که دو رودخانه سپید دشت سزار و سپید دشت زاز هر ۷۰ سال یک بار به صورت همزمان می‌تواند در معرض سیلاب شدید قرار گیرند.

با این‌که شیوه‌ی معیاری تعیین معیار طرح‌های عمرانی به‌کاربردن پراکندگی‌های تک‌متغیره در تحلیل فراوانی سیلاب است، در بسیاری از جا به علت ماهیت چندمتغیره‌ی این روی‌دادها، پراکندگی‌های تک‌متغیر قادر به توصیف مناسب آن‌ها نیست. اما برای کاهش‌دادن زیان‌های سیل و امکان طراحی بهینه سازه‌های آبی قطعاً اولین چیزی که ضروری است، پیش‌بینی و برآورد اندازه‌های سیلاب با دقت پذیرفتنی است. از آن‌جا که اخیرا با وجود تغییر اقلیمی، روی‌دادهای پیش‌بینی‌نشده مانند سیل، خشک‌سالی، آتش‌سوزی و... به طور بی‌سابقه‌یی در کشور افزایش یافته است، بررسی هر یک از این پدیده‌ها ضرورت دارد. از این‌رو هدف این پژوهش بررسی نتایج تحلیل فراوانی تک‌متغیره‌ی بیشینه‌ی آب‌دهی سالانه‌ی سیلاب با انتخاب بهترین پراکندگی حاشیه‌یی و تحلیل دومتغیره‌ی آب‌دهی بیشینه و حجم سالانه‌ی سیلاب با تابع مفصل گامبل هوگارد در حوزه‌ی آجی‌چای است.

همه‌ی تحلیل‌های تابع‌های توزیع تجمعی و تابع‌های چگالی احتمال و دوره‌ی بازگشت‌های توأم دومتغیره‌ی سیلاب در متلب انجام شد.

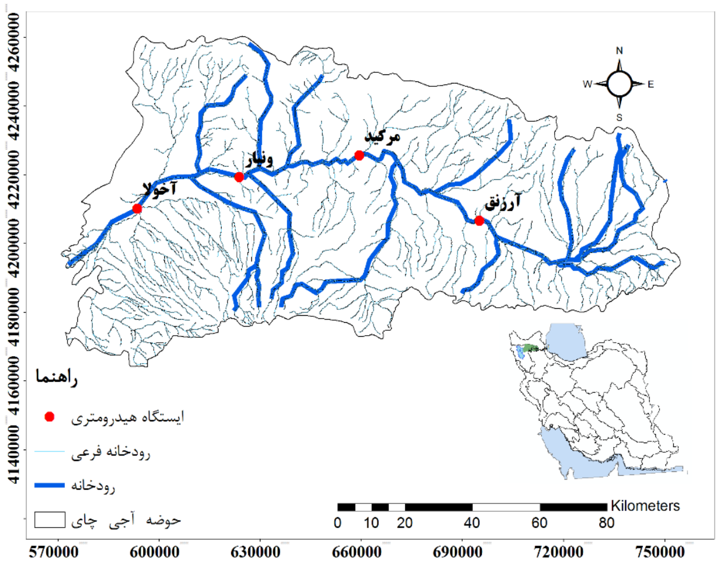
مواد و روش‌ها

منطقه‌ی مورد مطالعه

حوزه‌ی آجی چای در شمال غرب ایران یکی از مهم‌ترین زیرحوزه‌های دریاچه ارومیه بین عرض‌های ´۴۲ °۳۷ تا ´۳۰ °۳۸ شمالی و طول ´۴۰ °۴۵ تا ´۵۳ °۴۷ شرقی است. این حوزه از ارتفاع ۳۴۰۰ متری دامنه‌های جنوب و جنوب غربی کوه سبلان و حدود ۳۳ کیلومتری شهرستان سراب شروع و با عبورکردن از شمال شهر تبریز، در غرب آذرشهر در ارتفاع ۱۲۷۰ متری به دریاچه‌ی ارومیه ختم می‌شود (شکل ۱). وسعت این حوزه در حدود ۱۲۷۹۰ کیلومتر مربع است. رودخانه‌ی آجی‌چای در دامنه‌های شمالی کوه سهند است. مشخصه‌های ایستگاه‌های آب‌سنجی به‌کاررفته برای انجام تحلیل فراوانی سیلاب در جدول (۱) نشان داده شده است (شرکت مدیریت منابع آب ایران ۱۳۹۷). آب‌دهی‌های بیشینه‌ی سالانه مشخص و مجموعه‌های زمانی متغیرهای آب‌دهی اوج و حجم سیلاب برای هر ایستگاه استخراج شد.

جدول (۱)- مشخصه‌های موقعیت ایستگاه‌های رودخانه‌ی آجی‌چای.

ایستگاه	طول جغرافیایی (E°)	عرض جغرافیایی (N°)	ارتفاع (m)	دوره‌ی داده‌برداری
آخولا	۴۶° ۰۲´ ۵۳"	°۳۸ ۰۰´ ۴۵"	۱۳۲۶	۱۳۹۳-۱۳۷۲
ونیار	۴۶° ۲۴´۱۲"	۳۸° ۰۶´ ۵۶"	۱۴۷۰	۱۳۸۹-۱۳۵۲
مرکید	۴۶° ۴۸ ´۲۶"	۳۸° ۰۹´ ۵۴"	۱۵۰۰	۱۳۹۲-۱۳۷۱
ارزنق	۴۷° ۱۲´ ۳۹ "	۳۷° ۵۹´ ۰۷"	۱۶۱۰	۱۳۹۲-۱۳۸۲



شکل(۱)- موقعیت جغرافیایی حوزه و ایستگاه‌ها.

پراکندگی‌های حاشیه‌یی

در روش متداول برآورد سیلاب طرح، ابتدا داده‌های بیشینه‌ی سیلاب سالانه استخراج و سپس پراکندگی‌های نرمال، پیرسون نوع ۳، گامبل، گاما و ویبول برازش داده می‌شود. پس از انتخاب پراکندگی آماری چندک‌های سیلاب به ازای دوره‌ی بازگشت دل‌خواه برآورد کرده می‌شود، پراکندگی‌های آماری بر مجموعه‌ی داده‌ها برازش، و نکویی برازش هر پراکندگی با آزمون کولموگروف- اسمیرنف بررسی کرده می‌شود. اگر در تراز معنیداری ۵ درصد برازش مدل‌ها با آزمون کولموگروف- اسمیرنف تایید شود، پراکندگی احتمالاتی پذیرفته می‌شود. آماره‌ی این آزمون بیش‌ترین اختلاف بین فراوانی‌های انتظارداشته و واقعی اندازه‌گیری‌شده در دسته‌های مختلف است. این آماره با رابطه‌ی ۱ نوشته می‌شود:

رابطه‌ی ۱

$$D = MAX(F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i))$$

که در آن D آماره‌ی پراکندگی و$F(x_i)$ فراوانی نسبی تجمعی واقعی در i تعداد رده و n تعداد کل دسته‌بندی‌ها است (ابراهیم و ایزیگزو ۲۰۰۹).

تابع‌های کاپولا

کاپولا برای تهیه‌کردن پراکندگی توأم متغیرها از الگوریتم‌های مناسب‌تری استفاده می‌کند و در نتیجه واقع بینانه‌تر است (اسکلار ۱۹۵۹). کاپولا می‌تواند از متغیرهای وابسته دارای پراکندگی حاشیه‌یی متفاوت پراکندگی توأم بسازد، و برعکس (فریز و والدز ۱۹۹۸). تابع‌های کاپولا و یا مفصل تابع‌هایی است که با آن‌ها توزیع‌های حاشیه‌یی یک‌متغیره‌ی مختلف به هم پیوند زده می‌شود و توزیع‌های چندمتغیره را می‌سازد.

این تابع‌ها، تابع‌های پراکندگی چندمتغیره را به تابع‌های پراکندگی حاشیه‌یی یک‌بعدی آن‌ها اتصال می‌دهند، و از طرف دیگر حاشیه‌های یک‌بعدی یک‌نواخت P در بازه‌ی [۰،۱] دارد که برای متغیر تصادفی وابسته UP.,U۱ بررسی شده است. رابطه‌ی بین این متغیرهای تصادفی از راه تابع پراکندگی مشترک تعریف می‌شود (رابطه‌ی ۲):

رابطه‌ی ۲

$$C(u_1 \dots, up) = Pr\,(U1 \le u1, \dots, Up \le up)$$

اندازه‌ی هر متغیر در بازه‌ی [۰،۱] است. به عبارت دیگر، هر جفت (U۲,U۱) منجر به یک نقطه‌ی G(y ، F(x) در مربعی به ابعاد [۰،۱] می‌شود و این جفت داده، به نوبه‌ی خود مقداری در بازه‌ی [۰،۱] دارد که پراکندگی توأم(H(x,y است.

کاپولای دومتغیره را می‌توان با رابطه‌ی ۳ بیان کرد:

رابطه‌ی ۳

$$C:\ [0,1]^2 \to [0,1]$$

ساده‌ترین نوع کاپولا با مستقل فرض‌کردن دو متغیر تصادفی شرط‌های رابطه‌ی ۴ و ۵ را دارد.

رابطه‌ی ۴ و رابطه‌ی ۵

$$C(u,0) = C(0,v) = 0 \quad \text{و} \quad C(1,v) = v\,,\ \ C(u,1) = u$$

$$C(u_1,u_2) + C(v_1,v_2) - C(u_1,v_2) - C(v_1,u_2) \ge 0$$
$$\text{if} \quad u_1,u_2,v_1,v_2 \in [0,1]\,, u_2 > u_1\,, v_2 > v_1$$

مطابق با قضیه اسکلار برای هر تابع پراکندگی n بعدی، F می‌تواند با رابطه‌ی ۶ تعریف شود:

رابطه‌ی ۶

$$C(u_1 \dots, un) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, Fn^{-1}(un)), 0 \le u_1, \dots, un$$

که در آن Fn...F۱ تابع‌های پراکندگی یک‌متغیره یا حاشیه‌ی است. اگر این تابع‌ها پیوسته باشند تابع کاپولایی به نام C هست که با رابطه‌ی ۷ بیان می‌شود.

رابطه‌ی ۷

$$C(u_1 \dots, un) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, Fn^{-1}(un)), 0 \le u_1, \dots, un \le 1$$

که در آن (F۱-۱(u۱), … , Fn-۱(un)) تابع پراکندگی در مقابل تابع حاشیه‌یی است (نلسون ۲۰۰۶).

کاپولای ارشمیدسی

مفصل‌ها در رده‌های متفاوتی مانند T، ارشمیدسی، بیضی و گاوسی مقادیر حدی طبقه‌بندی می‌شوند و هر رده مفصل‌های مختلفی دارد که از خانواده‌ی ارشمیدسی در پژوهش‌های متعددی در مهندسی آب به‌کارگرفته شده است. در این پژوهش تابع گامبل هوگارد از خانواده‌ی ارشمیدسی به‌دلیل داشتن همبستگی مناسب و زیادتر از سایر تابع‌ها به‌کارگرفته شده است (اسمیت ۲۰۰۶).

به دلیل سهولت ساختار و متقارن‌بودن یکی از تابع‌های مهم و کاربردی کاپولاها خانواده‌ی ارشمیدسی است. تابع‌های مفصل ارشمیدسی دومتغیره به شکل زیر تعریف می‌شود:

رابطه‌ی ۸

$$C_\theta\,(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v))$$

سنجه‌ی (φ) مولد کاپولا شناخته می‌شود که پیوسته، محدب و نامنفی است. به ازای مولدهای متفاوت، تابع‌های مفصل ارشمیدسی مختلفی ساخته می‌شود. نمایش ریاضی گامبل هوگارد در جدول ۲ آورده شده است. در این تابع‌ها سنجه‌ی θ درجه‌ی وابستگی بین متغیرهای وابسته را نشان می‌دهد. u و v تابع پراکندگی تجمعی متغیرهای بررسی‌شده است. رابطه‌ی کلی بین تاو کندال (τ) و این مولد برای مجموعه داده های

دومتغیره می‌تواند با رابطه‌ی ۹ بیان شود.
رابطه‌ی ۹

$$\tau = 1 + 4\int_0^1 \frac{\varphi_t}{\varphi_t'}dt$$

جدول (۲)- نمایش مشخصه‌های ریاضی تابع مفصل گامبل هوگارد (کاماکار و سمونوویچ ۲۰۰۹).

$C_\theta(u,v)$	$\varphi(t)$	τ	$\theta\in$
$\exp(-((-\ln(u))^\theta + (\ln(v))^\theta)^{1/\theta})$	$(-\ln(t))^\theta$	$1-\theta^{-1}$	$[1,\infty]$

دوره‌ی بازگشت‌های توأم

برای به‌دست آوردن دوره‌ی بازگشت‌های توأم دو متغیر وابسته با تابع مفصل، دوره‌ی بازگشت شرطی $X\geq x$ و $Y\geq y$ را می‌توان به‌شکل زیر بیان کرد.

رابطه‌ی ۱۰

$$T'_{X|Y}(x|y) = \frac{1}{1-H'_{X|Y}(x|y)}$$

رابطه‌ی ۱۱

$$H'_{X|Y}(x|y) = H(x|Y\leq y) = \frac{H_{X,Y}(x,y)}{F_Y(y)}$$

که در آن

$$H_{X,Y}(x,y) = P(X\leq x, Y\leq y)$$

تابع پراکندگی تجمعی متغیرهای X,Y است. همه‌ی رابطه‌ها و تحلیل‌ها در MATLAB انجام گرفته است.

ارزیابی شبیه‌سازی

برای انتخاب‌کردن مدل مناسب یا ارزیابی‌کردن کارکرد مدل پراکندگی برازش‌یافته پس از تخمین‌زدن سنجه‌های پراکندگی با روش‌های گوناگون، آزمون‌های نیکویی برازش به‌کاربرده می‌شود. آزمون‌های عددی ریشه‌ی میانگین‌مربع‌خطا (RMSE) (رابطه‌ی ۱۲) و ضریب کارآیی نش-ساتکلیف (NSE) (رابطه‌ی ۱۳) است.

رابطه‌ی ۱۲

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(O_i - S_i)^2}{n}}$$

رابطه‌ی ۱۳

$$\mathrm{NSE} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(O_i - \overline{O})^2}$$

$\overline{O}$ میانگین داده‌های مشاهده‌یی، $\overline{S}$ میانگین داده‌های شبیه‌سازی شده، Oi داده‌های مشاهده‌یی هر سال در کل دوره و Si داده‌های شبیه‌سازی شده‌ی هر سال در کل دوره است (گوانگ مینگ و همکاران ۲۰۰۵).

نتایج

تحلیل تک‌متغیره‌ی سیلاب

برای تحلیل کردن فراوانی تک‌متغیره‌ی سیلاب ایستگاه‌ها، پنج پراکندگی آماری بهنجار، پیرسون نوع ۳، گامبل، گاما و ویبول به مجموعه-های زمانی بیشینه‌ی آب‌دهی سالانه برازش داده شد. برای تشخیص‌دادن همبستگی و بررسی‌کردن هماهنگی متغیرها با پراکندگی انتخاب شده نمودار Q-Q plot و پراکندگی تجمعی حاشیه‌یی (CDF)[۶] آن‌ها رسم شد.

این نمودار برای تشخیص این موضوع به کار می‌رود که چگونه یک پراکندگی نظری می‌تواند به خوبی داده‌های تجربی را الگوبندی کند. نمودار Q-Q اندازه‌های مرتب‌شده‌ی متغیر را با چارک‌های پراکندگی نظری خاصی مقایسه می‌کند. اگر این دو پراکندگی هماهنگ باشد، نقطه‌های روی نمودار الگویی خطی را تشکیل می‌دهند که از ریشه با یک شیب واحد می‌گذرد. اگر دو پراکندگی مقایسه‌شده مشابه باشد، نقطه‌های روی نمودار Q-Q تقریباً روی خط y=x خواهد بود.

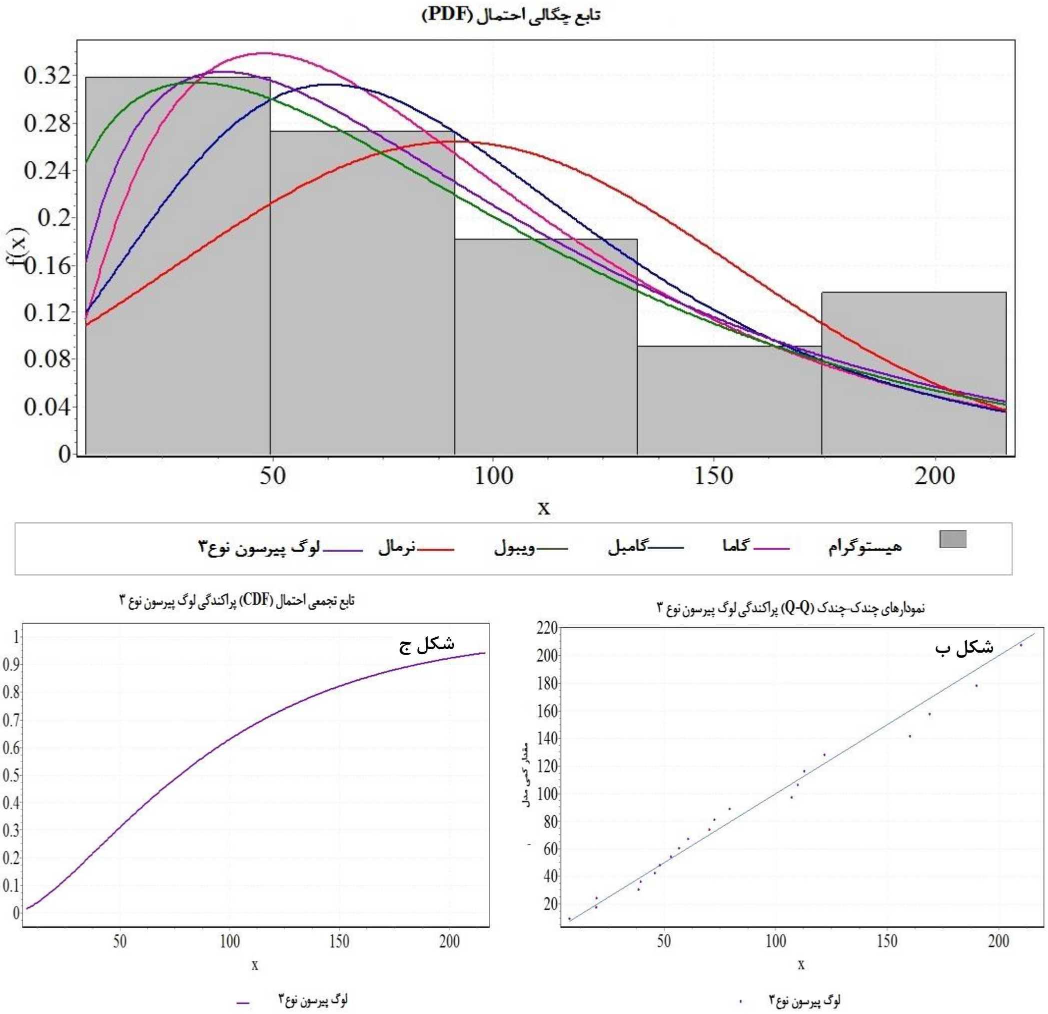
اگر رابطه‌ی پراکندگی‌ها خطی باشد، نقطه‌های نمودار تقریباً روی خط راست است، ولی این خط الزاماً خط y=x نیست. با آزمون نیکویی برازش کولموگروف- اسمیرنف با این فرض که مقدار این آماره هرچه کم‌تر باشد، پراکندگی آمار پیرسون نوع ۳ بهترین پراکندگی برای ایستگاه آخولا انتخاب شد.

شکل ۲ تابع‌های چگالی احتمال برازش داده‌شده و نمودار ستونی داده‌ها و نمودارهای Q-Q، تابع تجمعی احتمال پراکندگی آمار پیرسون ۳ را تنها برای ایستگاه آخولا نشان می‌دهد. نتیجه‌ی اندازه‌های عددی انتخاب بهترین پراکندگی آماری سایر ایستگاه‌ها در جدول ۳ گزارش شده است.

برای ایستگاه ونیار پراکندگی پیرسون نوع ۳، ایستگاه مرکید پراکندگی گامبل و ایستگاه ارزنق پراکندگی بهنجار انتخاب شد.

6 - Cumulative Distribution Function

شکل الف

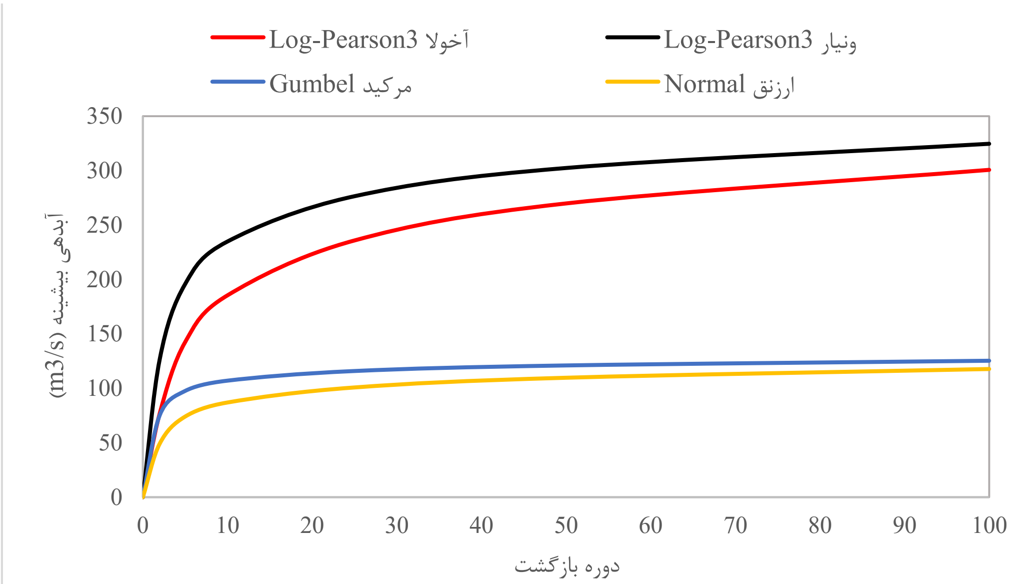


شکل (۲)- الف) تابع چگالی احتمال (PDF) برازش پنج پراکندگی آماری به مجموعه‌ی بیشینه‌ی آب‌دهی سالانه، ب) نمودارهای چندک-چندک (Q-Q) پراکندگی لوگ پیرسون نوع ۳، ج) تابع تجمعی احتمال (CDF) پراکندگی لوگ پیرسون نوع ۳ ایستگاه آخولا.

جدول(۳)- انتخاب بهترین پراکندگی با آزمون نیکویی برازش کولموگروف- اسمیرنف.

ایستگاه		گامبل	نرمال	لوگ پیرسون ۳	ویبول	گاما
آخولا	مقدار خطا	۰/۱۰۶۲۸	۰/۱۶۶۲۱	۰/۰۸۷۳۴	۰/۱۲۰۹۶	۰/۰۹۵۷۲
	رتبه	۳	۵	۱	۴	۲
ونیار	مقدار خطا	۰/۱۱۰۱۹	۰/۱۳۵۴۷	۰/۱۰۰۱۸	۰/۱۲۴۸۴	۰/۱۱۳۴۹
	رتبه	۲	۵	۱	۴	۳
مرکید	مقدار خطا	۰/۱۰۹۰۳	۰/۱۱۱۴۳	۰/۱۴۱۴۱	۰/۱۹۲۲۴	۰/۱۷۴۰۶
	رتبه	۱	۲	۳	۵	۴
ارزنق	مقدار خطا	۰/۱۹۹۵	۰/۱۴۸۶۲	۰/۱۷۴۲۴	۰/۱۹۴۹۵	۰/۲۰۷۳۹
	رتبه	۴	۱	۲	۳	۵

تحلیل فراوانی تک‌متغیره پس از انتخاب‌کردن پراکندگی مناسب برای هر مجموعه از داده‌ها با تابع‌های پراکندگی احتمال مربوط انجام گرفت. شکل ۳ نمودار دوره بازگشت تک‌متغیره آب‌دهی بیشینه را برای دوره‌های بازگشت ۲، ۵، ۱۰، ۲۵، ۵۰ و ۱۰۰ سال برای ایستگاه‌ها نشان می‌دهد.



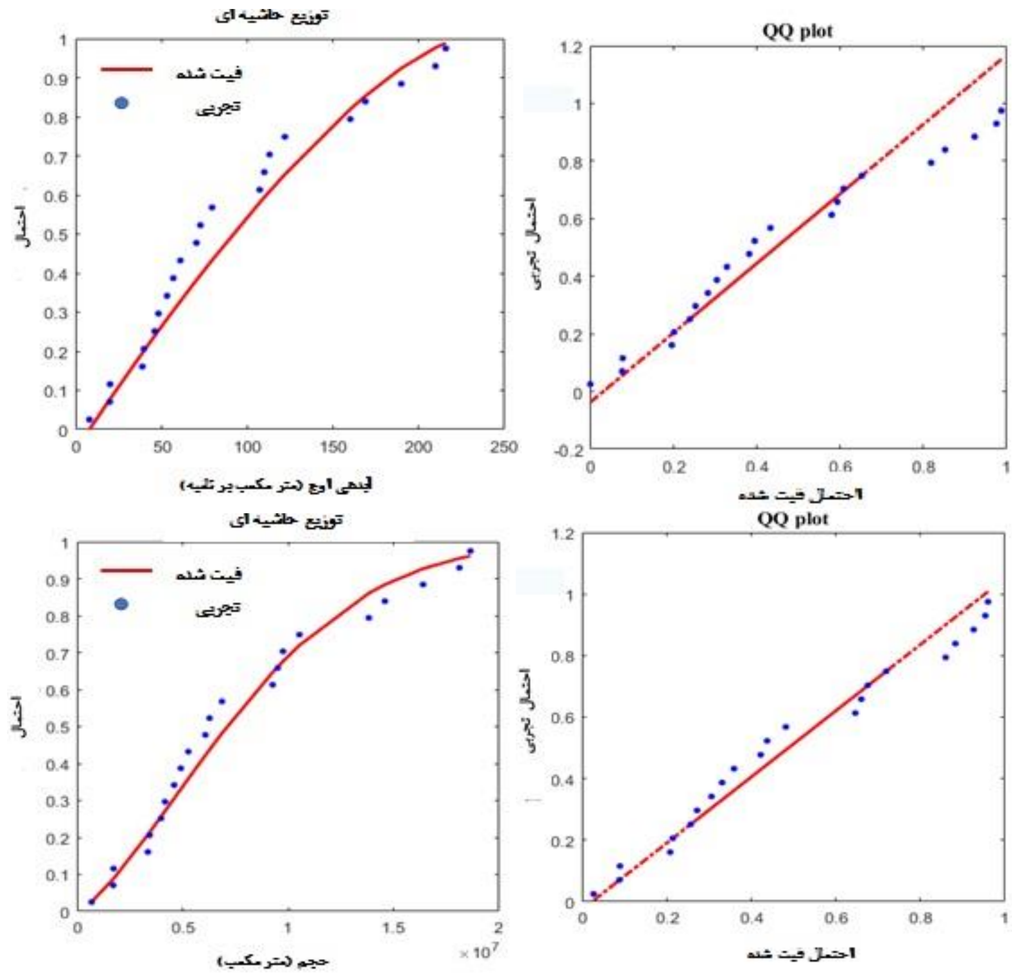
شکل(۳)- نمودارهای دوره‌ی بازگشت آب‌دهی بیشینه‌ی ایستگاه‌ها.

در ایستگاه آخولا دوره‌ی بازگشت ۵۰ و ۱۰۰ ساله مقدار آب‌دهی سیلاب به‌ترتیب ۲۶۹/۹۱ و ۳۰۰/۷۵ مترمکعب بر ثانیه پیش‌بینی شد (شکل ۳). ایستگاه ونیار با دوره‌ی بازگشت ۱۰۰ ساله مقدار آب‌دهی سیلابی ۳۲۴/۷۲، ایستگاه مرکید ۱۲۵/۴ و ایستگاه ارزنق ۱۱۷/۷۹ مترمکعب بر ثانیه را نشان داد. با توجه به اینکه پدیده‌های آب‌شناسی متأثر از چندین ویژگی با برهم‌کنش داخلی با هم اند، لازم است به ساختار وابستگی داخلی بین این متغیرها نیز توجه شود. بنابراین تحلیل دومتغیره با تابع‌های مفصل انجام شد.

تحلیل دومتغیره‌ی سیلاب (کاپولا)

برای بررسی‌کردن ساختار وابستگی دومتغیره میان متغیرهای تصادفی سیلاب، دو متغیرِ آب‌دهی اوج و حجم ایستگاه آخولا از تحلیل دومتغیره با مفصل گامبل به دلیل کارکرد بهتر از سایر

مفصل‌ها (ژانگ و سینگ ۲۰۰۶؛ دی میچل و همکاران ۲۰۰۳؛ کاماکار و سمونوویچ ۲۰۰۹؛ لی و همکاران ۲۰۱۹) بهره گرفته شد. متغیرهای آب‌دهی اوج حجم سیلاب متغیرهای تصادفی تعریف‌شده با پدیده‌ی فیزیکی یکسان است. برای تشخیص دادن همبستگی و بررسی کردن هماهنگی متغیرها با پراکندگی گامبل هوگار مانند قبل نمودار Q-Q plot و پراکندگی حاشیه‌یی (CDF) هر دو متغیر برای ایستگاه آخولا رسم شد (شکل ۴) که نشان‌دهنده‌ی برازش مناسب داده‌های تجربی با شبیه سازی شده است. جدول ۴ ارزیابی اندازه‌های عددی مفصل شبیه‌سازی‌شده‌ی متغیر آب‌دهی اوج-حجم سیلاب را با ضریب‌های نش و ریشه‌ی میانگین مربع خطا برای ایستگاه‌ها نشان می‌دهد.

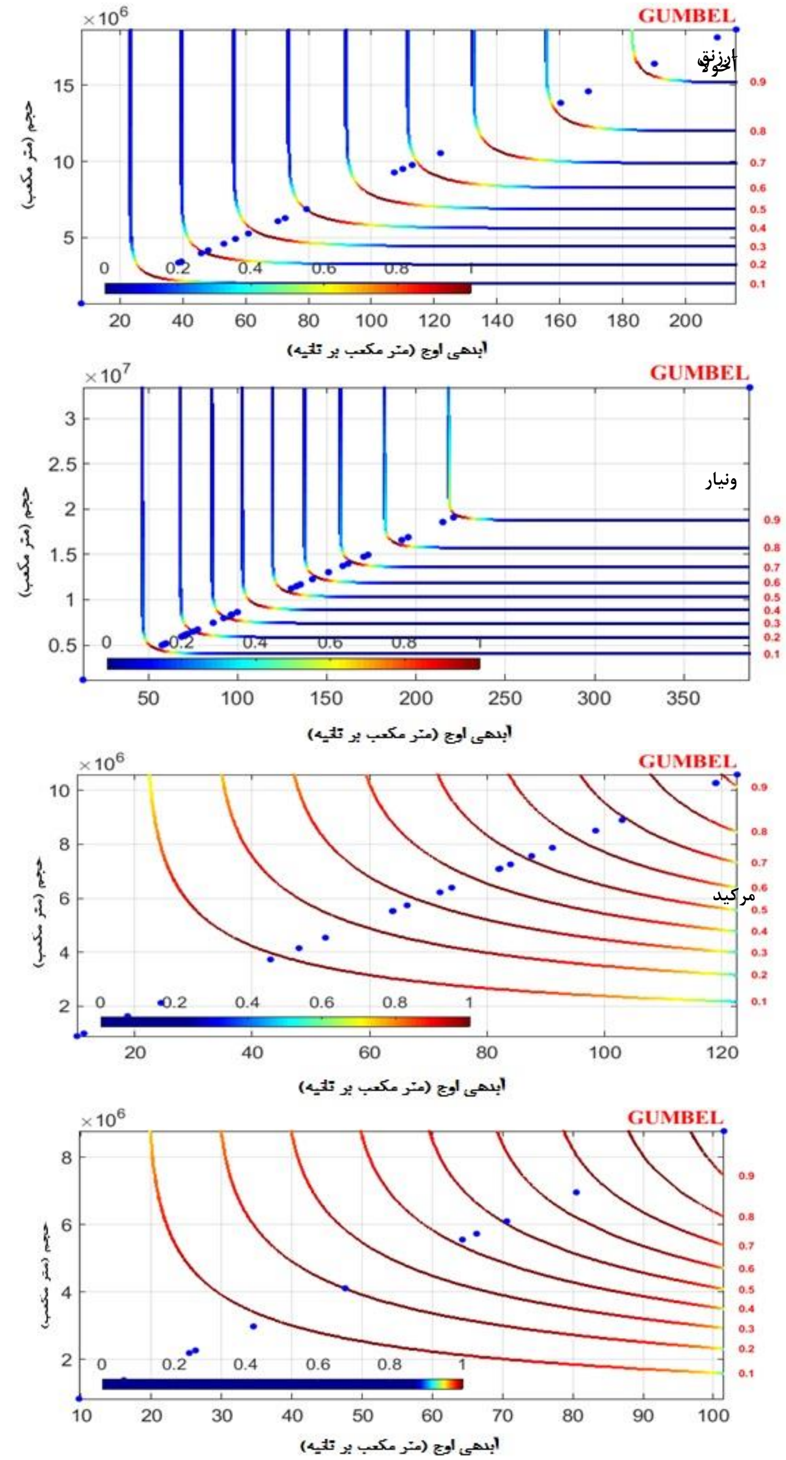


شکل (۴)- نمودار پراکندگی حاشیه ای CDF و نمودار QQ plot برای هر دو متغیر در ایستگاه آخولا.

جدول (۴)- ارزیابی اندازه‌های عددی شبیه‌سازی‌شده‌ی سنجه‌ی آب‌دهی اوج - حجم سیلاب با مفصل گامبل هوگارد.

ایستگاه	RMSE	NSE
آخولا	۰/۴۳۱۹	۰/۸۹۶۹
ونیار	۰/۳۸۷۹	۰/۹۳۹۳
مرکید	۰/۶۹۳۲	۰/۷۳۴۵
ارزنق	۰/۷۲۴۴	۰/۴۱

تنها ایستگاه ارزنق به‌دلیل تعداد کم و پراکندگی داده نتیجه‌ی نسبتا خوبی نداشته است، اما سایر ایستگاه‌ها با دقت مناسبی شبیه‌سازی شده‌اند. پس از اطمینان از پذیرفتنی بودن نتیجه‌ی مدل‌سازی، تحلیل توأم تابع تجمعی احتمال دومتغیره‌ی آب‌دهی اوج و حجم سیلاب برای هر چهار ایستگاه انجام شد (شکل ۵). با افزایش آب‌دهی و حجم سیلاب احتمال تجمعی افزایش می‌یابد و به ۱ نزدیک می‌شود، با توجه به نقطه‌های تجربی آبی‌رنگ، شبیه‌سازی و تحلیل به‌درستی انجام گرفته است. احتمال توأم آب‌دهی و حجم سیلاب بیش از ۲۰۰ مترمکعب بر ثانیه در ایستگاه آخولا از سایر ایستگاه‌ها افزایش می‌یابد.

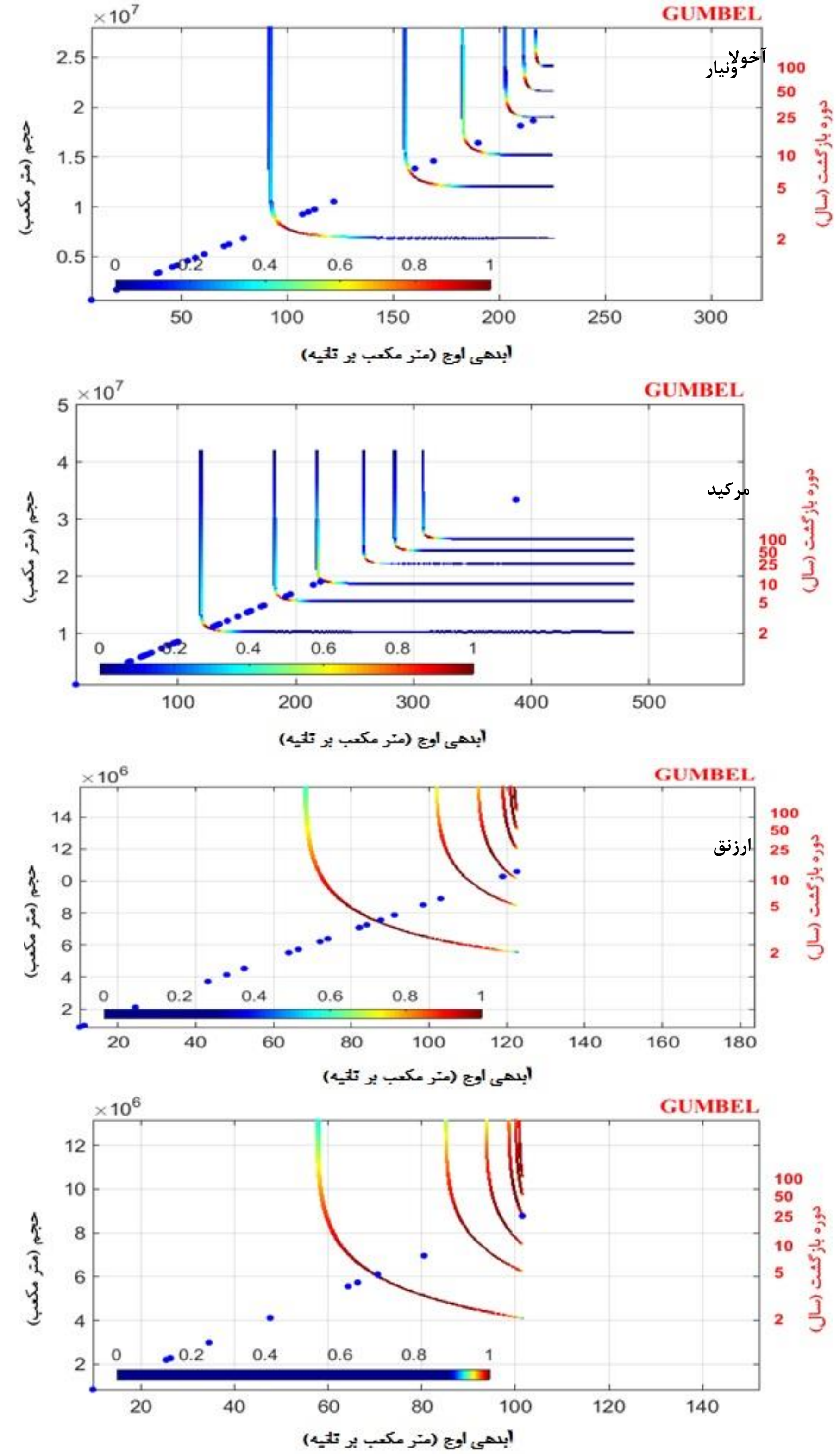


شکل (۵)- منحنی توزیع تجمعی مفصل‌شده‌ی ترکیب آب‌دهی اوج- حجم سیلاب برای ایستگاه‌ها.

شکل ۶ نمودار دوره‌ی بازگشت توأم آب‌دهی اوج و حجم سیلاب را برای همه‌ی ایستگاه‌ها نشان می‌دهد. در دوره‌ی بازگشت ۲ سال احتمال وقوع با آب‌دهی حدود ۱۰۰ مترمکعب برثانیه برای همه‌ی ایستگاه‌ها زیاد است، که البته برای ایستگاه ارزنق کم‌تر است. اما با افزایش دوره‌ی بازگشت وقوع سیلاب‌های شدیدتر مشهود است.

در دوره‌ی بازگشت‌های یکسان ۱۰۰ سال، نتیجه‌ی تحلیل تک‌متغیره در ایستگاه آخولا مقدار آب‌دهی سیلابی ۳۰۰/۷۵ مترمکعب بر ثانیه و تحلیل دومتغیره‌ی آب‌دهی- حجم سیلاب با تابع کاپولا مقدار ۲۳۰ مترمکعب بر ثانیه را نشان داد. نتیجه‌ی تحلیل آب‌دهی سیلابی تک متغیره برای ایستگاه ونیار، مرکید و ارزنق به‌ترتیب ۳۲۴/۷۲، ۱۲۵/۴ و ۱۱۷/۷۹ مترمکعب بر ثانیه، و آب‌دهی سیلابی دومتغیره با تابع کاپولا به‌ترتیب ۳۰۸/۷۲، ۱۲۰ و ۱۰۳/۵۱ مترمکعب بر ثانیه بود. اندازه‌های دومتغیره کم‌تر از اندازه‌های تک‌متغیره برای همه ایستگاه‌ها برآورد شد که متأثر از در نظر گرفتن اثر و برهم‌کنش دو متغیر آب‌دهی و حجم است. اختلاف در این اندازه‌ها برای ایستگاه آخولا و ونیار معنی‌دارتر است که نشان‌دهنده‌ی دقت شبیه‌سازی با توجه به ضریب‌های جدول ۴ است.

بنابراین اگرچه شیوی بمعیار تعیین معیار طراحی‌های عمرانی، به‌کاربردن پراکندگی‌های تک‌متغیره در تحلیل‌کردن فراوانی سیلاب است، در بسیاری از موارد به علت ماهیت چندمتغیره‌ی این روی‌داده‌ها، پراکندگی‌های تک‌متغیر نمی‌تواند آن‌ها را مناسب توصیف کند. تفاوت اندازه های آب‌دهی اوج و حجم به‌دست‌آمده از تحلیل دومتغیره در قیاس با تحلیل یک‌متغیره گویای آن است که تحلیل فراوانی یک‌متغیره‌ی روی داده‌های آب‌شناسی به‌علت درنظرنگرفتن همه‌ی مشخصه‌های مؤثر بر پدیده، تحلیلی جامع و به دور از خطا نیست. بنابراین به‌کاربردن تحلیل چندمتغیره‌ی روی‌داده‌های آب‌شناسی پیشنهاد می‌شود. در تحلیل‌کردن خطر، مدیریت‌کردن و مهارکردن سیلاب بسیار ارزشمند است.



شکل (۶)- منحنی دوره‌ی بازگشت توأم مفصل‌شده ترکیب آب‌دهی اوج- حجم سیلاب برای ایستگاه‌ها.

بحث و نتیجه‌گیری

از آن‌جا که متغیرهای آب‌شناسی تصادفی و وابسته اند، نمی‌توان انکار کرد که به‌کاربردن روش‌های چندمتغیره‌ی کاپولا که این وابستگی را در همه‌ی بخش‌های پراکندگی مفصل در نظر می‌گیرد، سودمند است. از طرفی، بررسی تحقیقات انجام‌شده نیز مؤید این موضوع است و قطعاً توسعه‌ی کاربرد تابع کاپولا به مدیران و برنامه‌ریزان سامانه‌های آب‌شناسی در شناختن صحیح فرآیندها و دادن راه‌کارها و راهبردهای مناسب کمک خواهد کرد.

اکنون نیز در روش‌های مرسوم تحلیل فراوانی سیلاب برای طرح‌های عمرانی، تنها به متغیر آب‌دهی اوج سیلاب توجه می‌شود که روشی به معیار است. اما در بسیاری از جاها به‌علت ماهیت چندمتغیره‌ی سیل، پراکندگی‌های تک‌متغیر نمی‌تواند آن‌ها را به‌درستی توصیف و برآورد کند. بنابراین در این پژوهش علاوه بر تحلیل تک‌متغیره تحلیل دو متغیر آب‌دهی اوج و حجم با تابع ارشمیدسی خانواده‌ی گامبل هوگارد در حوزه آجی چای به‌کارگرفته شد. آزمون نیکویی برازش کولموگروف- اسمیرنف با مقدار کم‌ترین خطا در برازش انتخاب مناسب‌ترین پراکندگی برای ایستگاه‌ها در تحلیل تک‌متغیره به‌کار برده شد. برای تحلیل شبیه‌سازی تابع مفصل گامبل از ضریب ارزیابی نش و ریشه‌ی میانگین مربع خطا و نمودارهای توأم تابع تجمعی احتمال و دوره‌ی بازگشت توأم بهره گرفته شد. نتایج کارآیی و انعطاف‌پذیری کاربرد تابع های مفصل در تحلیل فراوانی دو متغیره سیلاب را نشان داد. برای مثال مقدار ۰/۸۹ ضریب نش برای ایستگاه خروجی حوزه (کاپولا) نشان دهنده‌ی دقت مناسب شبیه‌سازی است.

اگرچه برای کاهش‌دادن زیان‌های سیل و امکان دادن به طراحی‌شدن بهینه‌ی سازه‌های آبی قطعاً اولین چیزی که ضروری است، پیش‌بینی و برآورد اندازه‌های سیلاب با دقت پذیرفتنی است، اما نتیجه‌ی مقایسه‌ی تحلیل دومتغیره‌ی این اندازه‌ها در دوره‌ی بازگشت ۱۰۰ سال کم‌تر از اندازه‌های تک‌متغیره برای همه‌ی ایستگاه‌ها برآورد شد، که متأثر از درنظر گرفتن اثر و برهم‌کنش دو متغیر آب‌دهی و حجم است. در ایستگاه آخولا نتیجه‌ی تفاوت اندازه‌های آب‌دهی اوج و حجم به‌دست‌آمده از تحلیل دومتغیره در قیاس با تحلیل یک‌متغیره به‌ترتیب ۲۳۰ و ۳۰۰/۷۵ مترمکعب بر ثانیه، گویای آن است که تحلیل فراوانی یک‌متغیره‌ی وقایع آب‌شناسی به‌علت درنظر نگرفتن همه‌ی مشخصه‌های مؤثر در یک پدیده، تحلیلی کامل و به دور از خطا نیست. درنظرگرفتن دوره‌ی بازگشت توأم موجب اقتصادی‌شدن طرح‌های عمرانی مانند طراحی‌کردن سرریز می‌شود و با ارزیابی‌کردن خطر آب‌شناسی، مدیریت و مهارکردن سیلاب پذیرفتنی‌تر می‌شود.

فهرست منابع

Abbasian M, Jalali S, Mousavi nadushani S. 2015. Multivariate flood frequency analysis using copula with parametric and nonparametric marginal distribution function. IQBQ. 14(4): 81–92. (In Persian).

Ahmadi F, Radmaneh F, Parham G, Mirabbasi najafabadi R. 2017. Application of archimedean copula functions in flood frequency analysis (Case study: Dez Basin). Iranian Journal of Soil and Water Research. 48(3): 477–489. (In Persian).

De Michele C, Salvadori G, Canossi M, Petaccia A, Rosso R. 2005. Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway. Journal of Hydrologic Engineering. 10(1): 50–57.

De Michele C, Salvadori G. 2003. A Generalized pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-Copulas. Journal of Geophysical Research-Atmospheres. 108(D2): 4067–4077.

Duan K, Mei Y, Zhang L. 2016. Copula-based bi-variate flood frequency analysis in a changing climate. A case study: In the Huai River Basin, China. Journal of Earth Science. 27(1): 37–46.

Farrokhnia A, Morid S. 2008. Analysis of drought severity and duration using copula functions. 4th National Congress of Civil Engineering, Tehran University, Tehran, Iran. (In Persian).

Favre A-C, Adlouni S.E, Perreault L, Thiémonge N, Bobée B. 2004. Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. Water Resources Research. 40(1): 1–12.

Frees EW, Valdez EA. 1998. Understanding relationships using copulas. North American actuarial journal. 2(1): 1–25.

Grimaldi S, Serinaldi F. 2006. Asymmetric copula in multivariate flood frequency analysis. Advances in Water Resources. 29(8): 1115–1167.

Guang-ming Z, Hong-wei L, Xiang-can J, XU M. 2005. Assessment of the water quality and nutrition of the Dongting Lake with wavelet neural network. Journal of Hunan University, 32: 91–94.

Ibrahim MH, Isiguzo EA. 2009. Flood frequency analysis of Figurara River Catchment at Jere. Scientific Research and Essay. 4(6): 636–646.

Iran water resources management Co, 1397. http://www.wrm.ir/

Karmakar S, Simonovic SP. 2009. Bivariate food frequency analysis. Part 2: A copula-based approach with mixed marginal distributions. Journal of Flood Risk Management. 2(1): 32–44.

Li H, Wang D, Singh VP, Wang Y, Wu J, Wu J, ... Zhang J. 2019. Non-stationary frequency analysis of annual extreme rainfall volume and intensity using Archimedean copulas: A case study in eastern China. Journal of Hydrology. 571(1): 114–131.

Madadgar S, Moradkhani H. 2013. Drought analysis under climate change using copula. Journal of Hydrologic Engineering. 18(7): 746–759.

Nelsen RB. 2006. An introduction to copulas. Springer, New York. 269 p.

Poulin A, Huard D, Favre AC, Pugin S. 2007. Importance of tail dependence in bivariate frequency analysis. Journal Hydrology. Engineering. 12(4): 394–403.

Rahimi L, Dehghani AA, Abdolhosseini M, Ghorbani K. 2014. Flood frequency analysis using archimedean copula functions based on annual maximum series (Case study: Arazkuseh hydrometric station in Golestan Province). Iranian Journal of Irrigation and Drainage. 2(8):353–365. (In Persian).

Reddy MJ, Ganguli P. 2012. Bivariate flood frequency analysis of upper Godavari river flows using Archimedean Copulas. Journal Water Resource Management. 26(14): 3995–4018.

Saad C, El-Adlouni S, St-Hilaire, Gachon P. 2015. A nested multivariate copula approach to hydro meteorological simulations of spring floods: The case of the Richelieu River (Québec, Canada) record flood. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment. 29(1): 275–294.

Salari M, Akhond A, Adib A, Dneshkhah AA. 2015. Bivariate flood frequency analysis using the Copula Functions. Irrigation Sciences and Engineering. 37(4): 29–38. (In Persian).

Schmidt T. 2006. "Coping with Copulas", Risk Books: Copulas – From Theory to Applications in Finance, London: Incisive Financial Publishing.

Shiau JT, Wang HY, Tsai CT. 2006. Bivariate frequency analysis of floods using Copulas. Journal of American Water Resources Association. 42(6): 1549–1564.

Sraj M, Bezak N, Brilly M. 2015. Bivariate flood frequency analysis using the copula function: a case study of the Litija station on the Sava River. Hydrological Processes. 29(2): 225–238.

Yue S, Ouarda TBMJ, Bobe´e B. 2001. A review of bivariate gamma distribution for hydrological application. Journal of Hydrology. 246(1): 1–18.

Zhang L, Singh VP. 2006. Bivariate flood frequency analysis using the copula method. Journal of Hydrologic Engineering. 11(2): 150–164.

Zhang Q, Chen Y, Chen X, Li J. 2011. Copula-based analysis of hydrological extremes and implications of hydrological behaviors in the Pearl river basin. China. Journal of Hydrologic Engineering. 16(7): 598–607.

Watershed Management Research
VOL. 33, No. 3, Ser. No: 128, Autumn 2020, pp.20 -35
DOI: 10.22092/wmej.2019.127028.1244

Bivariate Flood Frequency Analysis Using the Copula Archimedean Function (Gumbel–Hougaard)

Mohammadreza Goodarzi
(Corresponding Author) Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Yazd University, Iran
Atiyeh Fatehifar
M.Sc.Graduate of Water and Hydraulic Structures, Department of Civil Engineering, Ayatollah Ozma Borujerdi University, Iran
Ali Khaseh
B.S. Student of Civil Engineering, Ayatollah Ozma Borujerdi University, Iran
Mohammad Mahmoudvand
B.S. Student of Civil Engineering, Ayatollah Ozma Borujerdi University, Iran

Corresponding Author Email: goodarzimr@yazd.ac.ir
Received: 17 July 2019 Accepted: 17 December 2019

Abstract
Flood is a multivariate and complex phenomenon that has a random nature. In conventional methods of flood frequency analysis, only flood peak variable is important and it is assumed that the variable under consideration follows a particular parametric distribution function. In contrast to the Copula functions, it is capable of linking the marginal distributions of a variable different to each other and generating multivariate distributions. Analysis have been performed along with flood variables using the Copula functions that do not have the limitations of classical single distributions. The probability distribution and return periods of peak and volume flood variables in the AjiChay Basin in the province of East Azarbaijan have been investigated using of the Copula function of Gumbel–Hougaard for bivariate mathematical modeling. The results indicated that the use of the Copula functions of conditional cumulative distribution functions, as well as return periods of flood variables, is estimated with great accuracy with the average coefficient of NSE 0.745 and RMSE of 0.56. The estimated values of the peak flow and volume discharge from the bivariate analysis with univariate analysis with a 100-year return period were less than the observe amounts for all stations, which are influenced by the interaction of the two variables, peak flow and discharge volume. These values were 230 and 300.75 m3/s respectively, at Akhola Station, indicating that the use of the Copula function will economize the designs and reduce risk.

Keywords AjiChay, flood, Gumbel Copula Function, joint return period, statistical distribution